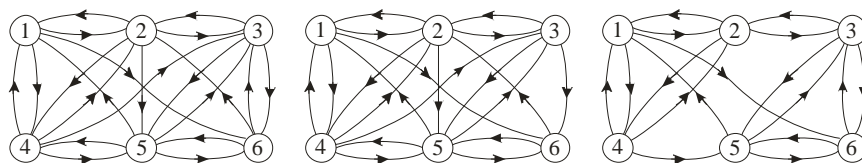


ZADANIA DOMOWE PRZED 2. KOŁOKWIUM Z GS NA ST. ZAOCZNYCH

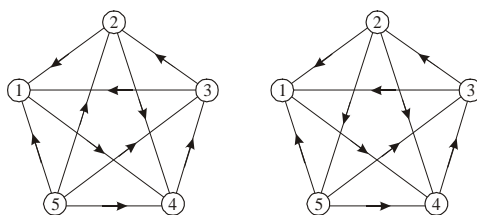
Zadanie 1

W podanych grafach skierowanych sprawdź, czy spełnione są warunki dostateczne istnienia cyklu Hamiltona z tw. Meyniela i Nasha-Williamsa:



Zadanie 2

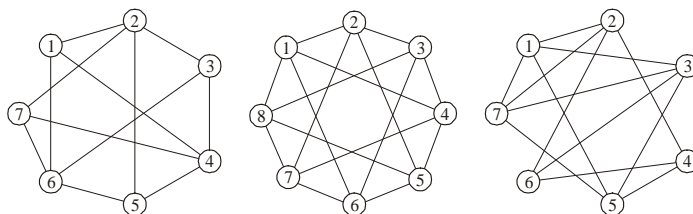
W podanych grafach sprawdź, czy spełnione są warunki dostateczne istnienia cyklu Hamiltona z tw. Redei, Thomassena i Camiona:



Zadanie 3

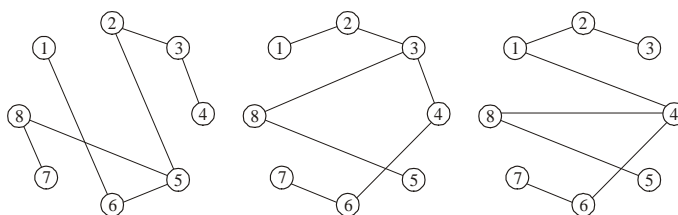
W podanych grafach wyznacz drzewa przeglądu grafu wszerz i drzewa przeglądu grafu w głąb dla ciągów, które zaczynają się od wierzchołka:

- a) 1,
- b) 4,
- c) 7.



Zadanie 4

Wyznacz kody Prüfera dla następujących drzew rozpinających w grafie K_8 :



Zadanie 5

W grafie K_9 wyznacz drzewa rozpinające o następujących kodach Prüfera:

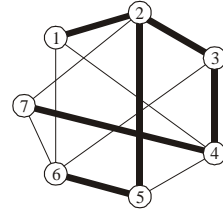
- a) (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7),
- b) (2, 2, 3, 2, 1, 8, 9),
- c) (7, 4, 4, 4, 4, 4, 3),
- d) (9, 7, 5, 3, 1, 2, 4),
- e) (5, 6, 4, 7, 3, 8, 2).

Zadanie 6

Wyznacz liczbę wszystkich zer w macierzy incydencji grafu niekierowanego, który jest drzewem rozpinającym o kodzie Prüfera (10, 3, 4, 4, 7, 9, 2, 2, 5, 1).

Zadanie 7

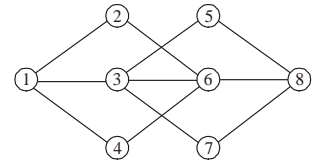
W grafie podanym na rysunku zaznaczono jego drzewo rozpinające. Wyznacz wszystkie cykle fundamentalne względem tego drzewa i przedstaw jako różnicę symetryczną takich cykli następujące cykle proste w grafie:



- a) $\{\{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 6\}, \{1, 6\}\}$,
- b) $\{\{1, 4\}, \{4, 5\}, \{5, 6\}, \{1, 6\}\}$,
- c) $\{\{1, 4\}, \{3, 4\}, \{3, 6\}, \{1, 6\}\}$.

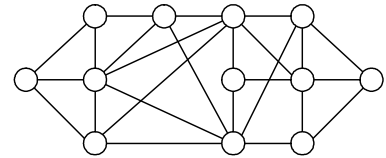
Zadanie 8

Wyznacz w podanym grafie maksymalną liczbę dróg krawędziowo rozłącznych, które łączą wierzchołki 1 i 8. Podaj przykładowy zbiór takich dróg, który ma maksymalną moc. Co na podstawie mocy tego zbioru można powiedzieć o minimalnej liczbie krawędzi w zbiorze rozspajającym 1 i 8? Wskaż zbiór rozspajający 1 i 8 o wskazanej mocy.



Zadanie 9

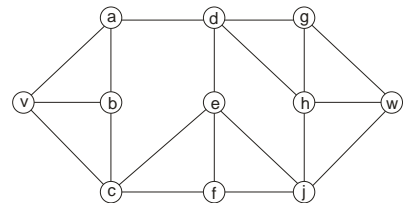
Czy podany graf jest 3-spójny?
Ile wynosi jego spójność wierzchołkowa?
Odpowiedź uzasadnij.



Zadanie 10

W podanym grafie wyznacz:

- a) maksymalną liczbę dróg krawędziowo rozłącznych pomiędzy parą wierzchołków v i w ,
- b) maksymalną liczbę dróg krawędziowo rozłącznych pomiędzy parą wierzchołków a i j ,
- c) maksymalną liczbę dróg wierzchołkowo rozłącznych pomiędzy parą wierzchołków v i w ,
- d) maksymalną liczbę dróg wierzchołkowo rozłącznych pomiędzy parą wierzchołków g i c ,
- e) minimalny zbiór krawędzi rozspajający wierzchołki v i w ,
- f) minimalny zbiór krawędzi rozspajający wierzchołki a i j ,
- g) minimalny zbiór wierzchołków rozdzielaający wierzchołki v i w ,
- h) minimalny zbiór wierzchołków rozdzielaający wierzchołki g i c ,
- i) spójność krawędziową,
- j) spójność wierzchołkową.



Zilustruj obie wersje tw. Mengera na powyższych zbiorach.

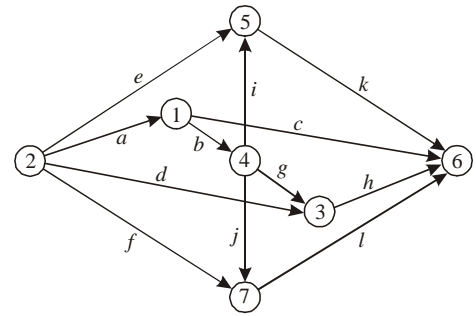
Odpowiedz z uzasadnieniem na pytania:

- a) czy ten graf jest 3-spójny?
- b) czy ten graf jest 3-spójny krawędziowo?
- c) czy ten graf jest 2-spójny?

Zadanie 11

W podanej sieci o przepustowościach łuków równych 4 i przepływach: $f(a) = 4, f(b) = 3, f(d) = 2, f(e) = 1, f(f) = 1, f(g) = 1, f(i) = 1$, wyznacz:

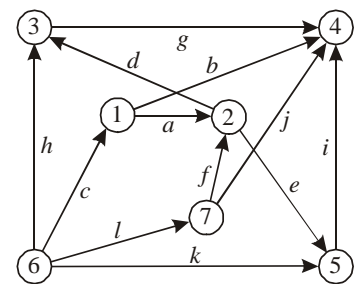
- wartości brakujących przepływów przez łuki tak, aby powstał przepływ przez sieć z 2 do 6,
- wartość wyznaczonego przepływu przez sieć,
- wartości przepływów przez przekroje zadane zbiorami $\{2, 3, 4\}, \{2, 5, 7\}$ i $\{1, 2, 3, 7\}$,
- tylko na podstawie wartości wyznaczonych w punktach b) i c) wyznacz wartości przepływów przez przekroje zadane zbiorami $\{1, 3, 4, 6\}, \{1, 5, 6, 7\}$ i $\{4, 5, 6\}$.



Zadanie 12

W podanej sieci o przepustowościach łuków równych 4 i przepływach: $f(a) = 1, f(c) = 2, f(d) = 1, f(f) = 2, f(h) = 1, f(k) = 1, f(l) = 3$, wyznacz:

- wartości brakujących przepływów przez łuki tak, aby powstał przepływ przez sieć z 6 do 4,
- wartość wyznaczonego przepływu przez sieć,
- wartości przepływów przez przekroje zadane zbiorami $\{1, 2, 6\}, \{1, 3, 5, 6\}$ i $\{3, 5, 6, 7\}$,
- tylko na podstawie wartości wyznaczonych w punktach b) i c) wyznacz wartości przepływów przez przekroje zadane zbiorami $\{3, 4, 5, 7\}, \{1, 2, 4\}$ i $\{2, 4, 7\}$.

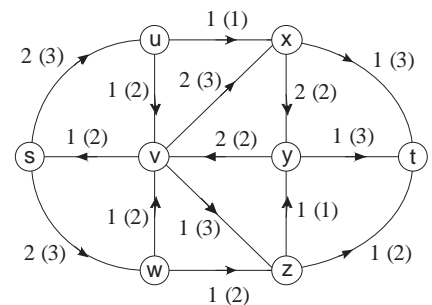


Zadanie 13

W podanej sieci (przy łukach podano wartości przepływów i w nawiasach ich przepustowości) wyznacz:

- wartość maksymalnego przepływu z s do t za pomocą ścieżek powiększających przepływ,
- minimalny przekrój pomiędzy s i t oraz jego przepustowość.

Zilustruj tw. Forda i Fulkersona w podanej sieci.



Zadanie 14

W podanej sieci (przy łukach podano wartości przepływów i w nawiasach ich przepustowości) wyznacz:

- wartość maksymalnego przepływu z s do t za pomocą ścieżek powiększających przepływ,
- minimalny przekrój pomiędzy s i t oraz jego przepustowość.

Zilustruj tw. Forda i Fulkersona w podanej sieci.

